

УДК 616.98+578.834.1]:004.942

МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ COVID-19**Ихлов Б.Л.***Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь,
e-mail: boris.ichlov@gmail.com*

Цель работы – построить математическую модель эпидемии коронавируса COVID-19 (SARS-CoV-2), предложить организационные и технические способы ограничения ее распространения. Отмечено, что все используемые модели распространения эпидемии COVID-19 опираются исключительно на статистические данные, которые не полны по множеству причин, в то же время не рассмотрены главные физические факторы распространения эпидемии, такие как миграции через государственные границы и передача вируса с пересекающими границы товарами. Скомпонованы данные о плотности населения в регионах, охваченных эпидемией COVID-19, тестировании, числе летальных исходов на душу населения, скорости заражения и об объеме импорта из стран – очагов эпидемии. Отмечены корреляции между числом зараженных и числом тестов, между числом зараженных и плотностью населения, между числом зараженных и объемом импорта из стран – очагов заражения. Сделан вывод о возникновении пандемий нового типа, являющихся следствием урбанизации и глобализации. Построена временная модель развития эпидемии в Китае и России, согласующаяся с данными о росте числа зараженных в США. Выведено общее глобализационное уравнение развития эпидемий. На его основе дан ряд рекомендаций.

Ключевые слова: мегаполис, миграции, товароборот, карантин, многофакторность**MODEL OF DISTRIBUTION OF COVID-19****Ikhlov B.L.***Perm state university, Perm, e-mail: boris.ichlov@gmail.com*

The aim of this work is to build a mathematical model of the coronavirus COVID-19 (SARS-CoV-2) epidemic and suggest organizational and technical ways to limit its spread. It is noted that all the models used for the spread of the COVID-19 epidemic rely solely on statistical data, which are incomplete for a variety of reasons, at the same time, the main physical factors of the spread of the epidemic, such as migration across state borders and transmission of the virus with goods crossing borders, are not considered. The data on population density in the regions affected by the COVID-19 epidemic, testing, the number of deaths per capita, infection rate and the volume of imports from the focal countries of the epidemic were compiled. Correlation was noted between the number of infected and the number of tests, between the number of infected and population density, between the number of infected and the volume of imports from focal countries. The conclusion is drawn about the emergence of a new type of pandemic, which is a consequence of urbanization and globalization. A temporary model of the development of the epidemic in China and Russia is built, that is consistent with data on the increase in the number of infected people in the United States. A general globalization equation for the development of epidemics is derived. A number of recommendations are given on its base.

Keywords: Metropolis, migrations, turnover, quarantine, multifactor

Модель распространения коронавируса построена в [1], однако с привязкой к данным по Индии. В [2] используется SIR-модель, в [3] для построения модели используют стохастические аналоги, в [4] – сети мобильности, в [5] используется модель распространения частицами. Применяются также другие подходы [6].

Данные о числе тестированных, заболевших COVID-19 и погибших от вируса, сильно варьируются вследствие 1) малого охвата числа тестированных, 2) неверной диагностики, которая не фиксирует наличие коронавируса у погибших от других причин, 3) наличия множества бессимптомных носителей вируса. Данные университета Хопкинса и ВОЗ существенно разнятся, многие случаи заражения не документируются, что способствует ускорению распространения вируса [7]. В то же время пандемия COVID-19 – уникальна, возникла впервые. Нет возможностей сравнивать, соответ-

ственно, и прогнозировать что-либо с указанием каких-либо дат. Кроме того, распространение эпидемии зависит от климата, COVID-19 разрушается от воздействия солнечного ультрафиолета, высокая температура также для него неблагоприятна, поэтому сравнение различных стран и частей стран с разными погодными условиями не вполне корректно. Анализ пандемии осложняется множественностью параметров, возрастной зависимостью заболеваемости.

Для изучения эволюции эпидемий используют SEI–SEIR-модели с возрастной структурой, построенные на основе популяционной модели Маккендрика – фон Ферстера. В зависимости от свойств болезни, в дифференциальных системах, которые описывают динамику распространения инфекции, используются различные наборы популяционных групп. В SEI-моделях общее количество индивидов в популяции делится на три класса: количество воспри-

имчивых к болезни, количество зараженных, которые еще не являются заразными, и количество зараженных и способных к передаче инфекции. В SEIR-моделях добавляется в рассмотрение класс иммунных к болезни индивидов. Отличие SI-SIR-моделей от SEI-SEIR заключается в том, что в первых элиминируется из рассмотрения класс людей, которые заразились, но еще не являются заразными. Это удобно в случае, когда инкубационным периодом патогена можно пренебречь [8]. Рассматриваются также модели с возрастной зависимостью эпидемий. Вместе с тем отмечается, что репродуктивность COVID-19 превышает обычную репродуктивность коронавирусов [9; 10]. Все перечисленные модели построены из статистических данных без опоры на физические факторы распространения. Ввиду этого необходимо выстроить реалистичную математическую модель.

Двухмесячная статистика

Сравним скорость распространения эпидемии в различных странах на двухмесячной стадии ее эволюции. Число зараженных в сутки:

США, 08.04.2020 – 1700, 19.04.2020 – 28 тыс.; Великобритания, 20.04.2020 – 5525; Россия – 19.04.2020 – 6060; Франция, 20.04.2020 – 3824; Турция, 20.04.2020 – 3783; Испания, 14.04.2020 – 4100 (3045), 15.04.2020 – 5092, 20.04.2020 – 3577; Италия, 20.04.2020 – 3491; подробнее для Германии: 11.04.2020 – 4133, 19.04.2020 – 2700, 20.04.2020 – 1775.

Отсюда видим, как влияет разная степень изоляции заболевших на их общую численность: в США, Испании режим самоизоляции долгое время игнорировался, в России введен с опозданием, в Германии соблюдался жесткий режим.

С другой стороны, рассмотрим такой параметр, как смертность на 15.04.2020 (все данные взяты из официальной статистики Минздрава РФ).

Данные по численности населения округлены до одного знака после запятой, т.е. в Калифорнии – 39,5 млн; в Швеции 10,1 млн.

Как видно из таблицы 1, из тех стран, где действуют строгие правила самоизоляции, по крайней мере в 6 странах Европы смертность на душу населения с COVID-19 выше, чем в Швеции, несмотря на то что в Швеции эти правила менее жесткие, ниже будет видно, почему.

Наконец, картина эпидемии зависит от уровня медицинского обслуживания.

По состоянию на 13.04.2020 в 5 штатах США введен жесткий карантин, но система здравоохранения имеет серьезные недостатки, поэтому смертность от COVID-19 на душу населения выше, чем в Швеции, что и показывает таблица 2.

Необходимо также учитывать объемы и своевременность тестирования.

Как видим из таблицы 3, во Франции, Италии, США на 5-6 тестов выявляется один заболевший. В РФ на выявление одного заболевшего – 87 тестов. На 17.04.2020 соотношение меньше, 53, в США – 5,0. В то же время развитие эпидемии в России на 17.04.2020 – в самом начале.

Плотность населения

Распространение вируса также напрямую зависит от числа контактов в единицу времени.

Сравнивая данные таблицы 4 с показателями заболеваемости, легко можем видеть корреляции. Сверхвысокая плотность населения и в Нидерландах, в Бельгии, которые постепенно охватывает пандемия, так, в Бельгии порядка 37 тыс. выявленных случаев заражения. Плотность населения Мурманска выше, чем в Перми, Пермь – 1318, Мурманск – 1894, число заболевших COVID-19 – тоже выше: на 20.04.2020 в Пермском крае 198, в Мурманской области – 314.

Таблица 1

Число летальных исходов от заражения COVID-19 на душу населения, %

Belgium	Spain	Italy	UK	Netherlands	Switzerland	Sweden	Denmark	Germany	Austria	Norway
0.0419	0.0413	0.0366	0.0202	0.0194	0.0149	0.0132	0.0055	0.0048	0.0046	0.0028

Таблица 2

Число летальных исходов от заражения COVID-19 по штатам США на душу населения, %

New York	New Jersey	Louisiana	Michigan	Connecticut
0.0481	0.0264	0.0183	0.0139	0.0137

Таблица 3

Объемы тестирования по странам

Страна	Число больных	Тест	Дата	Тест/больных
Великобритания	74 605	316 836	10.4.2020	4,2
Германия	122 171	918 460	13-я неделя	7,2
Италия	119 827	619 849	3.4.2020	5,2
Россия	13 584	1 180 000	11.4.2020	87
США	496 486	2 528 725	10.4.2020	6,1
Турция	47 029	307 210	10.4.2020	6,5
Франция	59 929	224 254	2.4.2020	3,7
Япония	773	12 919	14.3.2020	16,7

Таблица 4

Плотность населения: число жителей на 1 км²

КНР	650	Ухань	1400
Южная Корея	494	Сеул	17 757
Япония	336	Токио	6279,11
Германия	230	Берлин	4463
Италия	193	Рим	2229,75
Испания	92	Барселона	15 779
Иран	47	Тегеран	10 000
США	32	Нью-Йорк	25 846
Россия	8,56	Москва	4949,47

Таблица 5

Число погибших и зараженных COVID-19 по странам мира

	США	Италия	Испания	Франция	Велик.	Бельгия	Иран	Китай	Германия
тыс.	41,0	23,2	20,6	19,3	15,5	5,5	5,0	4,6	4,5
на 1 млн	128	385	442	290	232	494	61	3,5	55
тыс.	700	175,9	194,4	152	114	40	80,8	83,7	152

Отличие России на двухмесячной стадии развития эпидемии – в максимальной сосредоточенности эпидемии в московском мегаполисе, что обусловлено чрезмерной централизацией ресурсов в столице и отчасти протяженностью страны. Таким образом, пандемия – следствие урбанизации до уровня мегаполисов.

Сопоставим данные на 19.04.2020 о числе погибших от коронавируса и данные о числе зараженных в первых 10 странах по числу летальных исходов.

(На 22.04.2020 Нидерланды – 34,1 тыс. заразившихся, 3,9 тыс. погибших, 225 на 1 млн; Турция – 98,7 тыс., 2,4 тыс. и 29).

За 4 суток картина распределения летальных исходов в сравнении с таблицей

1 существенно изменилась, что отражает разную степень карантина и различный уровень медицинского обслуживания в разных странах.

До 20.04.2020 и число зараженных, и число заражений в сутки, и число погибших от COVID-19 в Москве примерно вдвое выше, чем в России. Численность ее населения – примерно 12 млн чел. Число погибших достигло 200, т.е. $200/12 = 16,7$ смерти на 1 миллион населения, что в 7 раз выше среднего.

Основной фактор

Наиболее благоприятная для COVID-19 температура +4 градуса, она сохраняет целостным вирус в течение 14 дней. При

благоприятных условиях время «жизни» SARS-CoV-2 – 48 часов. На бумаге вирус разрушается за 3 часа, то на банкнотах (есть жировые пятна) за 4 дня, на дереве и одежде за 2 дня, на стекле за 4 дня, на металле и пластике за 7 дней. На внутреннем слое использованной маски за 7 дней, а на внешней поверхности маски сохраняется более 7 дней. Данные соответствуют +22°C и влажности ~65%. Тестирование производилось ПЦР-тестом, т.е. указано время, необходимое для деактивации вируса, для его полного разрушения до уничтожения всех его копий РНК [11]. То есть вирус активен на перемещаемых товарах в течение нескольких суток.

Выделим страны, которые являются наиболее крупными очагами заражения, и сопоставим с их импортом из Китая: ЕС – 615,14 млрд долл., рост за год – 9,9%. США – 555,12 млрд, рост 6,6%. Япония 312,44 млрд, рост – 0%. Южная Корея, 290,48 млрд, рост 5,9%. РФ – 95,28 млрд, рост 6,8%.

Италия: Китай – 2-й партнер по импорту. 8,4%, после Германии – 14,7%.

Германия: Китай второй год подряд стал важнейшим торговым партнером Германии – торговый оборот (экспорт и импорт) между этими странами составил 186,6 млрд евро.

Иран: импорт из Китая – 17,4%, из Германии – 11,6%, из Южной Кореи – 6,3%, из Италии – 4,2%.

Россия, 10-е место – 110,75 млрд долл., рост 3,4%.

ЕС, США, Япония, Южная Корея – главные торговые партнеры Китая.

Испания – вторична, главные партнеры по импорту: Германия – 14,5%, Франция 11,1%, Италия – 7,4%, Китай – 6,2%.

Вторична и Франция, главные партнеры по импорту: Германия – 18,5%, Италия – 7,9%, Испания – 7,1%, США – 5,2%, Китай – 5,1%. Аналогично вторична Великобритания, как торговый сателлит США.

Швеция с малым числом заболевших, отсутствием карантина – вне зоны евро, поэтому на двухмесячной стадии развития эпидемии заболеваемость в стране ниже.

В С.-Петербурге, который отмечен малым числом заболевших, плотность населения составляет 77% от плотности населения Москвы (3847,52). Но Москва является значительно более крупным торговым и транспортным узлом.

Отсюда видно, что объем торговли является главным фактором, переносчиком инфекции являются импортируемые товары. Таким образом, данная пандемия – следствие процесса глобализации.

Модель

В [1] в уравнениях, описывающих эволюцию эпидемии, прирост числа инфицированных N пропорционален числу инфицированных, что соотносится с уравнением Мальтуса.

К числу инфицированных нужно добавить число пересекающих границу инфицированных в единицу времени m . Аппроксимируем эволюцию числа заразившихся M теми, кто пересек границу, законом Мальтуса, тогда $dM / dt \sim mt, M \sim \exp(kmt^2)$. Примем, что скорость увеличения числа инфицированных пропорциональна объему импортируемых товаров V и плотности населения D . Будем считать средний объем доступного импорта неизменным: $V \rightarrow \bar{V}$.

Поскольку в Италии – вторая волна, в Германии благодаря карантину и хорошей медицине эпидемия идет на спад, в других странах, где эпидемия стала развиваться позже, данных недостаточно, удобнее выбрать для оценки данные роста скорости распространения эпидемии именно в Китае.

25-го января в Китае было 1300 зараженных, 27-го – свыше 3000. По данным на 3 февраля, число заразившихся коронавирусом в Китае превысило 17 200 чел., за неделю число зараженных увеличилось почти впятеро. На 9 февраля – 37 000 зараженных. Видим, что рост числа зараженных – возрастающая функция (от времени t в днях и заболевших y в тысячах), приблизительно вида $N = 4 + 0,6t^2$.

Аналогичная зависимость наблюдалась и в России: 2 апреля за сутки заразилось 778 чел., 8-го – 1175, 9-го – 1459, 10-го – 1786, 12-го – 2000 (скорее всего, 2150), 13-го – 2558, 16-го – 3500.

За неделю скорость заражения примерно удваивалась, с определенного момента данные по России позволяют говорить о переходе от квадратичной зависимости к кубической. Таким образом, без нарушения общности можно представить число инфицированных в виде степенного ряда, ограничившись его первыми членами: $N = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$. Выпишем уравнение Мальтуса и его решение, которое разлагается в степенной ряд:

$$\frac{dN}{dt} = kN, N \sim e^{kt},$$

$$e^{kt} = 1 + kt + (kt)^2 / 2! + (kt)^3 / 3! \dots$$

Объединяя все элементы воедино, в простейшей модели получаем глобализационное уравнение развития эпидемии:

$$N = \exp(k_1 t) + \exp(k_2 m t^2) + (k_3 \bar{V} + k_4 D)t + const$$

где k_1 – мальтузианский параметр, k_3 – интегральный коэффициент, характеризующий время активности патогена на усредненном товаре, среднее время перевозки, вероятность заражения при контакте с товаром и вероятность зараженности товара, k_2, k_4 – константы.

Из уравнения видно, что фактор притока через границу зараженных играет даже большую роль, чем мальтузианский фактор, ввиду дополнительного увеличения со временем mt .

На 5-м месяце развития эпидемии рост числа заболевших COVID-19 в США, где на 15.05.2020 – 1,4 млн заболевших, 30.05.2020 – 1,76, 15.06.2020 – 2, 16, 30.06.2020 – 2,62, 15.07.2020 – 3,47, 20.07.2020 – 3,77, хорошо укладывается на кривую (2) (при $const = 0$), поскольку карантинные меры в США ослаблены.

Ввиду того что товарооборот и миграцию между странами, находящимися на разных стадиях эволюции эпидемии, в условиях глобализации элиминировать невозможно, характер распространения эпидемии должен носить волнообразный характер: от спада к нарастанию с затухающей амплитудой.

Выводы

Из вышеизложенного следует, что к срочным мерам, необходимым для ограничения глобализационной эпидемии, относятся:

- 1) прекращение импорта из стран-очагов эпидемии;
- 2) всеобъемлющая проверка пересекающих границу и их принудительная изоляция;
- 3) ограничение перемещения по территории.

Список литературы

1. Пал Д., Гхош Д., Сантра П.К., Махапатра Г.С. Математический анализ модели эпидемии COVID-19 с использованием данных эпидемиологических параметров болезней, распространенных в Индии // Биофизика. 2022. Т. 67, № 2. С. 301-318.
2. Weiss H. The SIR model and the Foundations of Public Health // MATerials MATematics. 2013. Vol. 2013, No. 3. P. 1-17.
3. Getz W.M., Dougherty E.R. Discrete Stochastic Analogs of Erlang Epidemic Models // Journal of Biological Dynamics. 2018. Vol. 12. P. 16-38.
4. Чанг С., Пирсон Э., Кох П.В., Джерардин Дж., Редберд Б., Груски Д., Лесковец Дж. Модели сетей мобильности COVID-19 объясняют неравенство и информируют о повторном открытии // Природа. 2021. № 589 (7840). С. 82-87.
5. Де-Леон Х., Педерива Ф. Моделирование распространения коронавирусной болезни частицами (COVID-19) // Физика жидкостей. 2020. Т. 32 (8). С. 087113-087117.
6. Адам Д. Специальный отчет: моделирование, определяющее реакцию мира на COVID-19 // Природа. 2020. Vol. 580 (7803). С. 316-318.
7. Li R., Pei S., Chen B., et al. Substantial undocumented infection facilitates the rapid dissemination of novel coronavirus (SARS-CoV2) // Science. 2020. Vol. 368(6490). P. 489-493. DOI: 10.1126/science.abb3221.
8. Баталин Р.М., Терлецкий В.А. Оптимальное управление в моделях эпидемий трансмиссивных заболеваний с SEI-SEIR системами // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2015. Т. 14. С. 18-30.
9. Driessche P. Reproduction numbers of infectious disease models. Infectious Disease Modelling. 2017. Vol. 2. P. 288-303.
10. Liu Y., Gayle A. A., Wilder-Smith A., Rocklöv J. The reproductive number of COVID-19 is higher compared to SARS coronavirus // Journal of Travel Medicine. 2020. Vol. 27, No. 2. P. taaa021. DOI: 10.1093/jtm/taaa021.
11. Chin A., Chu J., Perera M., Hui K., Yen H.-L. Stability of SARS-CoV-2 in different environmental conditions. The Lancet Microbe. 2020. P. 20036673-20036676. DOI:10.1101/2020.03.15.20036673.